1. वास्तविक संख्याएँ

अभ्यास 1.1

प्र०1. युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से HCF ज्ञात कीजिये |

(i) 135 और 225 (ii) 196 और 38220 (iii) 867 और 255

हल:

(1) 135 और 225

a = 225, b = 135 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

a = bq + r (तब)

225 = 135 ×1 + 90

135 = 90 ×1 + 45

90 = 45 × 2 + 0 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

b = 45 {फिर उसमे से b का मान HCF होता है;}

HCF = 45

हल:

(ii) 196 और 38220

a = 38220, b = 196 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

www.atpeducation.com

Downloaded from: www.atpeducation.com

Link: http://www.atpeducation.com/viewchapter.php;?id=living&ch=10&chpt=Mathematics&me=1&view=1. वास्तविक संख्याएँ&page=1

a = bq + r (तब)

38220= 196 ×195 + 0 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

b = 196 {फिर उसमे से b का मान HCF होता है;}

HCF = 196

हल:

(iii) 867 और 255

a = 867, b = 255 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

a = bq + r (तब)

38220= 196 ×195 + 0 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

b = 196 {फिर उसमे से b का मान HCF होता है;}

HCF = 196

प्र०2. दर्शाइए कि कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक 6*q* + 1, या 6*q* + 3, या 6*q* + 5, के रूप का होता है जहाँ q कोई पूर्णांक है |

हल:

दर्शाना है: *a = 6q + 1, 6q+3 या 6q+5*

माना कि a कोई धनात्मक विषम पूर्णांक है; जहाँ b = 6 होगा,

जब हम 6 से a को विभाजित करते है जो शेषफल क्रमश: 0, 1, 2, 3, 4 और 5 पाते है;

जहाँ $0 \leq r < b$

यहाँ a एक विषम संख्या है इसलिए शेषफल भी विषम संख्या प्राप्त होता है |

www.atpeducation.com

Downloaded from: www.atpeducation.com

Link: http://www.atpeducation.com/viewchapter.php;?id=living&ch=10&chpt=Mathematics&me=1&view=1.वास्तविक_संख्याएँ&page=1

शेषफल होगा 1 या 3 या 5

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से हम पाते है;

a = 6q + 1, 6q+3 या 6q+5

प्र०3. किसी परेड में 616 सदस्यों वाली एक सेना (आर्मी) की टुकड़ी को 32 सदस्यों वाले एक आर्मी बैंड के पीछे मार्च करना है | दोनों समूहों को समान संख्या वाले स्तंभों में मार्च करना है | उन स्तंभों की अधिकतम संख्या क्या है, जिसमें वे मार्च कर सकते है ?

हल:

स्तंभों की अधिकतम संख्या = HCF (616, 32)

a = 616, b = 32 {सबसे बड़ी संख्या को a तथा सबसे छोटी संख्या को b मानते है }

युक्लिड विभाजन अल्गोरिथम के प्रयोग से

a = bq + r (तब)

616 = 32 ×19 + 8 {जब हमें r=0 प्राप्त हो जाता है तो हम आगे हल करना बंद कर देते है }

32 = 8 × 4 + 0

b = 8 {b का मान HCF होता है}

HCF = 8

इसलिए स्तंभों की अधिकतम संख्या = 8

प्र०4. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि किसी धनात्मक पूर्णांक का वर्ग, किसी पूर्णांक m के लिए 3m या 3m + 1 के रूप का होता है |

हल :

दर्शाना है : a^2 = 3m or 3m + 1

a = bq + r

www.atpeducation.com

Downloaded from: www.atpeducation.com

Link: http://www.atpeducation.com/viewchapter.php;?id=living&ch=10&chpt=Mathematics&me=1&view=1.वास्तविक_संख्याएँ&page=1

माना कि a कोई धनात्मक पूर्णांक है जहाँ $b = 3$ और $r = 0, 1, 2$ क्योंकि $0 \leq r < 3$

तब $a = 3q + r$ कुछ पूर्णांक के लिए $q \geq 0$

इसलिए, $a = 3q + 0$ or $3q + 1$ or $3q + 2$

अब हम पाते है;

$\Rightarrow a^2 = (3q + 0)^2$ or $(3q + 1)^2$ or $(3q + 2)^2$

$\Rightarrow a^2 = 9q^2$ or $9q^2 + 6q + 1$ or $9q^2 + 12q + 4$

$\Rightarrow a^2 = 9q^2$ or $9q^2 + 6q + 1$ or $9q^2 + 12q + 3 + 1$

$\Rightarrow a^2 = 3(3q^2)$ or $3(3q^2 + 2q) + 1$ or $3(3q^2 + 4q + 1) + 1$

यदि $m = (3q^2)$ or $(3q^2 + 2q)$ or $(3q^2 + 4q + 1)$ हो तो

हम पाते है कि ;

$a^2 = 3m$ or $3m + 1$ or $3m + 1$

प्र०5. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का प्रयोग करके दर्शाइए कि किसी धनात्मक पूर्णांक का घन 9m, 9m + 1 या 9m + 8 के रूप का होता है |

हल:

माना, a कोई धनात्मक पूर्णांक है;

युकिल्ड विभाजन प्रमेयिका के प्रयोग से;

$a = bq + r$ *जहाँ;* $0 \leq r < b$

b = 9 रखने पर

$a = 9q + r$ *जहाँ;* $0 \leq r < 9$

जब r = 0 हो;

www.atpeducation.com

Downloaded from: www.atpeducation.com

Link: http://www.atpeducation.com/viewchapter.php;?id=living&ch=10&chpt=Mathematics&me=1&view=1.वास्तविक_संख्याएँ&page=1

$a = 9q + 0 = 9q$

$a^3 = (9q)^3 = 9(81q^3)$ या $9m$ जहाँ $m = 81q^3$

जब r = 1 हो

$a = 9q + 1$

$a^3 = (9q + 1)^3 = 9(81q^3 + 27q^2 + 3q) + 1$

$= 9m + 1$ जहाँ $m = 81q^3 + 27q^2 + 3q$

जब r = 2 हो तो

$a = 9q + 2$

$a^3 = (9q + 2)^3 = 9(81q^3 + 54q^2 + 12q) + 8$

$= 9m + 2$ जहाँ $m = 81q^3 + 54q^2 + 12q$

अत: किसी धनात्मक पूर्णांक का घन 9m, 9m + 1 या 9m + 8 के रूप का होता है |

www.atpeducation.com

Downloaded from: www.atpeducation.com

Link: http://www.atpeducation.com/viewchapter.php;?id=living&ch=10&chpt=Mathematics&me=1&view=1.वास्तविक संख्याएँ&page=1